L.7/11 Sahline | | A.S :2006/2007

Devoir de Synthèse N°3

Durée : 3.h | | Classes $3^{ème}$T

Exercice N°1 :(5 pts)

Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $U_n = \frac{1}{2^n}$

1/a) Calculer U_0 et U_1

b) Montrer que la suite (U_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$

c) Exprimer en fonction de n la somme $S = \sum_{k=0}^{n-1} U_k$; puis Calculer $\lim_{n\to+\infty} S$.

2/ On considère la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} V_0 = 2 \\ V_{n+1} = \frac{1}{2}V_n + \frac{1}{2} \end{cases}$

a) Calculer V_1

b) Montrer par récurrence que $\forall\ n \in \mathbb{N}$ on a : $V_n > 1$

c) Montrer que $\forall\ n \in \mathbb{N}$ on a : $V_{n+1} - V_n = \frac{1}{2}(1 - V_n)$; puis déduire la monotonie de la suite (V_n)

3/a) Montrer par récurrence que $\forall\ n \in \mathbb{N}$ on a : $V_n = 1 + U_n$

b) Déduire la limite de la suite (V_n)

Exercice N°2 :(5 pts)

Une urne contient deux jetons blancs numérotés 1 ; 2 et trois jetons noirs numérotés 1 ; 1 ; 2.
Tous les jetons sont indiscernables au toucher.

1/ On tire simultanément deux jetons de l'urne.
Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :
A : « obtenir deux jetons de même couleur »
B : « obtenir deux jetons portant le même numéro »
C : « avoir deux jetons de même couleur **et** portant le même numéro »
D : « avoir deux jetons de même couleur **ou** portant le même numéro »

2/ On tire successivement et sans remise deux jetons de l'urne.
Soit X le réel égal à la somme des chiffres marqués sur les deux jetons tirés

a) Déterminer l'ensemble E de valeurs K prises par X

b) Calculer la probabilité de chacun des évènements $\{X = K\}$

3/ On donne la série statistique suivant

X_i	2	3	4
n_i	6	12	2

Calculer : $\overline{X}$,la valeur moyenne de X ainsi que $\sigma(X)$ son écart type

Devoir.tn
toutes les matières, tous les niveaux

Exercice N°3 :(5 pts)

Le tableau suivant donne la distance de freinage d (en mètre) d'une voiture, en fonction de sa vitesse v (en kilomètres par heure)

v (km/h)	30	40	50	60	70	80
d (mètres)	42	60	80	90	95	110

- On note $\overline{v}$ et $\overline{d}$ les moyennes respectives de v et d.
- On note V(v) et V(d) les variances respectives de v et d.

1/ Calculer $\overline{v}, \overline{d}, V(v) \text{ et } V(d)$

2/a) Construire le nuage de points associé au couple (v, d) et placer le point moyen G

b) Peut-on conclure à l'existence d'une relation entre v et d

3/ Soit Δ la droite d'ajustement linéaire entre v et d

a) Donner une équation de la droite Δ de cœfficient directeur 1,3

b) Calculer la distance de freinage lorsque la voiture roule à 100 km/h.

4/ La vitesse de la voiture est de 140 km/h, lorsque le conducteur, roulent suivant une ligne droite, aperçoit un obstacle situé à une distance de 200 mètres.
Pourrait-il alors éviter cet obstacle sachant qu'il met **une seconde** pour appuyer sur les freins ?

Exercice N°4 :(5 pts)

L'espace ξ est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

1/ Soit P le plan dont une équation cartésienne est : $2x - y + 2z - 4 = 0$

Soit le point $A(0,1,-2)$. Calculer la distance $d(A,P)$ du point A au plan P

2/a) Donner une équation du plan Q de vecteur normale $\vec{n} = \vec{i} + 2\vec{j}$ et passant par le point $B(-2,-1,3)$

b) Calculer la distance $d(A,Q)$ du point A au plan Q

3/a) Montrer que P et Q sont perpendiculaire suivant une droite Δ

b) Calculer la distance $d(A,\Delta)$ du point A à la droite Δ

4/ Soit m un paramètre réel et $R_m : (m+1)x + my + mz + 1 = 0$ une famille de plan

Déterminer m pour que R_m soit perpendiculaire à P

Devoir.tn
toutes les matières, tous les niveaux